



زمان آزمون : ۱۵ دقیقه

نوع آزمون : تشریحی

شماره پشتیبانی تلگرام : ۰۹۰۳-۴۲۶-۱۹۹۶

پایه : دهم ریاضی

آکادمی دکتر اکبری Akbari.ir

درس : هندسه

فصل : اول

۱ فرض کنیم ABC مثلثی دلخواه و AD نیمساز زاویه A باشد. دلایل هریک از نتایج زیر را بنویسید و نتیجه‌ی نهایی که در پایان آمده است را کامل کنید.

الف) $\widehat{D}_2 > \widehat{A}_1$ زیرا

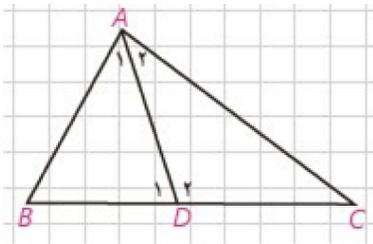
ب) $\widehat{D}_2 > \widehat{A}_2$ زیرا

پ) $AC > DC$ زیرا

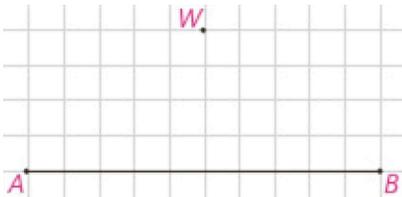
ت) با روندی مشابه سه قسمت قبل نشان دهید: $AB > BD$

ث) حال نشان دهید $AB + AC > BC$

نتیجه: در هر مثلث، مجموع اندازه‌های هر دو ضلع از اندازه‌ی ، است.

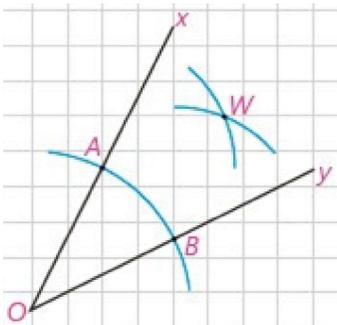


۲ پاره‌خط AB و نقطه‌ی W را به گونه‌ای در نظر بگیرید که نقطه‌ی W از A و B به یک فاصله باشد (یعنی $WA = WB$) نشان دهید W روی عمودمنصف AB قرار دارد.



۳ زاویه‌ی xOy را در نظر بگیرید. دهانه‌ی پرگار را کمی باز کنید و به مرکز O کمانی بزنید تا نیم‌خط‌های Ox و Oy را به ترتیب در نقاط A و B قطع کند.

- طول پاره‌خط‌های OA و OB نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟



۴ عکس قضیه‌ی شرطی زیر را بنویسید. مساحت‌های دو مثلث همنهشت با هم برابرند.

۵ مربعی رسم کنید که پاره‌خط مفروض DE قطر آن باشد.

D_____E

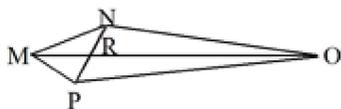
۶ دو نقطه‌ی A و B و خط d در یک صفحه واقعند. نقطه‌ای روی خط d بیابید، که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله باشد. آیا مسأله همواره جواب دارد؟

۷ با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید. عمود منصف هر پاره‌خط یکتاست.

۸ با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید. در هر مثلث عمودمنصف‌های هر دو ضلع متقاطعند.

۹ با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید. در دو مثلث ABC و $A'B'C'$ ، اگر $AB = A'B'$ و $AC = A'C'$ و $\hat{A} \neq \hat{A}'$ ، ثابت کنید $BC \neq B'C'$

۱۰ با استفاده از برهان خلف، مسئله‌ی زیر را حل کنید. در چهارضلعی MNOP، دو قطر MO و NP یکدیگر را در R قطع می‌کنند. نشان دهید اگر $MN = MP$ و $OP \neq ON$ ، آنگاه OM بر NP عمود نیست.



- ۱ الف) زاویه‌ی خارجی مثلث ABD است پس $\widehat{D}_2 = \widehat{A}_1 + \widehat{B}$ در نتیجه $\widehat{D}_2 > \widehat{A}_1$.
 ب) چون AD نیمساز است پس $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ از طرف دیگر $\widehat{D}_2 > \widehat{A}_1$ پس $\widehat{D}_2 > \widehat{A}_2$.
 پ) در مثلث $\triangle ADC$ چون $\widehat{D}_2 > \widehat{A}_2$ پس $AC > DC$.
 ت)

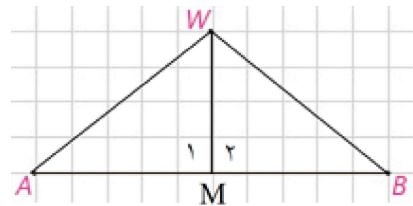
$$\triangle ADC \text{ زاویه خارجی } \widehat{D}_1 \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{A}_2 + \widehat{C} \Rightarrow \widehat{D}_1 > \widehat{A}_2 \xrightarrow{\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2} \widehat{D}_1 > \widehat{A}_1 \Rightarrow AB > BD$$

ث) با جمع نامساوی (پ) و (ت) نتیجه می‌گیریم:

$$\left. \begin{array}{l} AC > DC \\ AB > BD \end{array} \right\} \xrightarrow{+} AC + AB > BC$$

نتیجه: در هر مثلث مجموع اندازه‌های هر دو ضلع از اندازه‌ی ضلع سوم بزرگتر است.

۲ از نقطه‌ی W به نقطه‌ی M وسط AB وصل می‌کنیم. داریم:



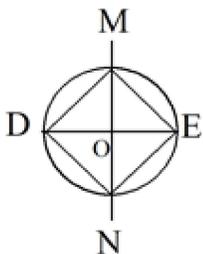
$$\left. \begin{array}{l} WA = WB \\ MW = MW \\ AM = BM \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle AMW \cong \triangle BMW \Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$$

و چون $\widehat{M}_1 + \widehat{M}_2 = 180^\circ$ پس $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 = 90^\circ$ یعنی MW بر AB عمود است و چون نقطه‌ی M وسط پاره‌خط AB می‌باشد پس MW عمودمنصف پاره‌خط AB است.

۳ ، $OA = OB$ ، چون توسط پرگار به مرکز O و شعاع یکسان رسم شده‌اند.

۴ هر دو مثلث همنهشت، مساحت‌های برابر دارند.

۵ عمودمنصف DE را رسم می‌کنیم. سپس به مرکز O و شعاع OD دایره‌ای رسم می‌کنیم تا عمودمنصف DE را در نقاط N, M قطع کند. در این صورت چهارضلعی MDNE مربع است. به طوری که DE قطر آن می‌باشد.

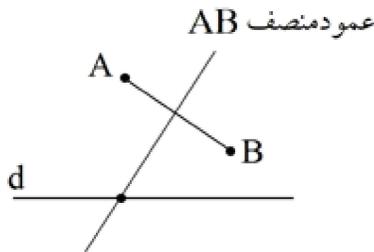


۶ مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A, B به یک فاصله هستند، عمودمنصف پاره خط AB می باشد. نقطه‌ی تلاقی عمودمنصف AB با خط d جواب این مسئله می باشد.

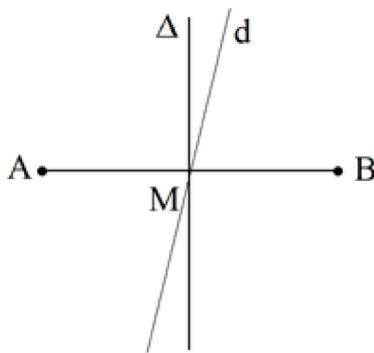
اگر خط d عمودمنصف AB را قطع کند مسئله فقط یک جواب دارد.

اگر خط d موازی عمودمنصف AB باشد مسئله جواب ندارد.

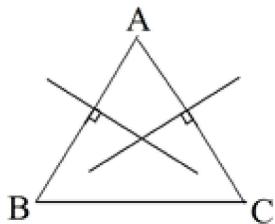
اگر خط d منطبق بر عمودمنصف AB باشد مسئله بی شمار جواب دارد.



۷ فرض کنیم پاره خط AB دارای دو خط عمودمنصف باشد و دو خط d و Δ عمودمنصف پاره خط AB باشند، در این صورت در نقطه‌ی M وسط AB دو خط بر AB عمود شده است و این ممکن نیست. پس هر پاره خط فقط یک عمودمنصف دارد.



۸ فرض کنیم عمودمنصفهای اضلاع AB, AC در مثلث ABC موازی باشند. در این صورت اضلاع AB, AC در یک راستا قرار می گیرند. و این در مثلث غیرممکن است پس دو عمودمنصف متقاطعند.



۹ فرض کنیم $BC = B'C'$ باشد.

$$\begin{cases} AB = A'B' \\ AC = A'C' \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}' \\ BC = B'C' \end{cases}$$

و این خلاف فرض $\hat{A} \neq \hat{A}'$ می باشد پس $BC \neq B'C'$.

۱۰ فرض کنیم OM بر NP عمود باشد آنگاه داریم.

$$\left. \begin{array}{l} MN = MP \\ MR = MR \\ \widehat{R}_1 = \widehat{R}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle MNR \cong \triangle MPR \Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \\ MN = MP \\ OM = OM \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle MNO \cong \triangle MPO \Rightarrow ON = OP$$

و این خلاف فرض $ON \neq OP$ می‌باشد، پس OM بر NP عمود نیست.

